

PROPORTIONS INTEGRALE DERIVEE

Notations :

a : Amplitude d'un échelon ou pente d'une rampe

Bp : Bande proportionnelle (ou Xp)

D : Dérivateur

I : Intégrateur

G : Gain

e : Ecart consigne- mesure

E : Entrée

S : Sortie

X : Mesure

W : Consigne

Ti : temps intégral

Td : temps dérivée

P : Proportionnelle

I : Intégrale

D : Dérivée

Action Proportionnelle : P

L'entrée du bloc proportionnel reçoit l'écart e , $e = W - X$

La sortie S du régulateur de sens direct est donnée par : $S = G (W - X)$

On distingue deux sens d'action :

sens direct : dans ce cas les signaux de mesure et de sortie varient dans le même sens .

sens inverse : dans ce cas les signaux de mesure et de sortie varient en sens opposés .

Bande proportionnelle :

L'action proportionnelle d'un régulateur s'exprime soit par le gain , soit par la bande proportionnelle B_p , cette dernière est définie comme la variation , en pourcentage , de l'entrée du régulateur nécessaire pour que la sortie varie de 100% .

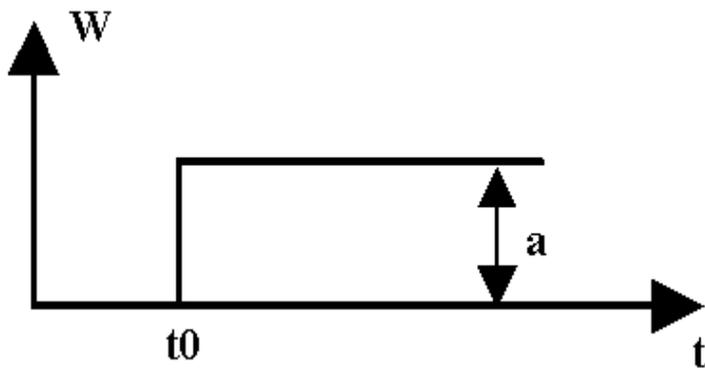
Les relations entre le gain G et la bande proportionnelle B_p exprimée en % sont

$$B_p = \frac{100}{G} \quad \text{et} \quad G = \frac{100}{B_p}$$

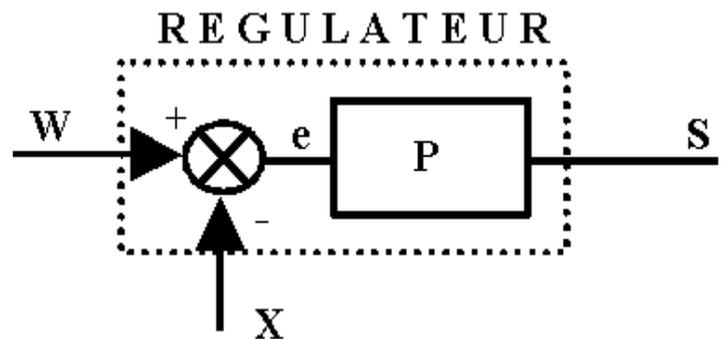
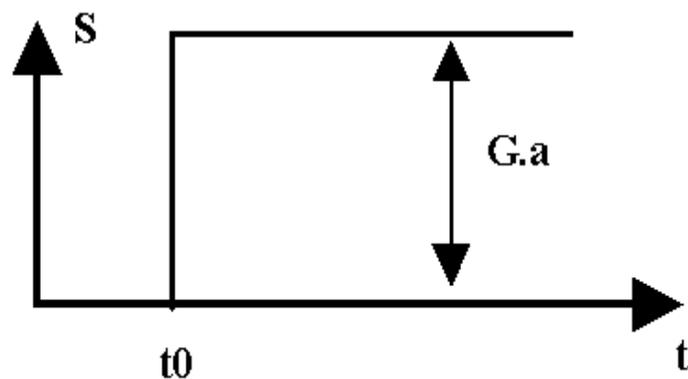
Exemple :

G :	0	0.5	1	2	5	
B_p % :		200	100	50	20	0

Réponse à un échelon :



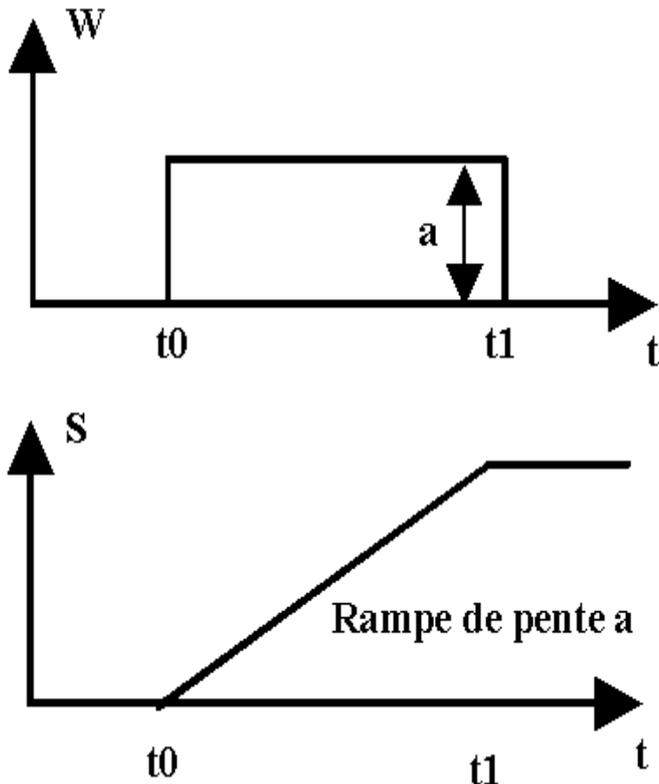
A l'instant t_0 , un échelon d'amplitude a , est effectué sur l'entrée consigne , la sortie du régulateur varie suivant un échelon d'amplitude $G.a$, si on veut diminuer l'action proportionnelle , il faut diminuer G ou augmenter B_p .



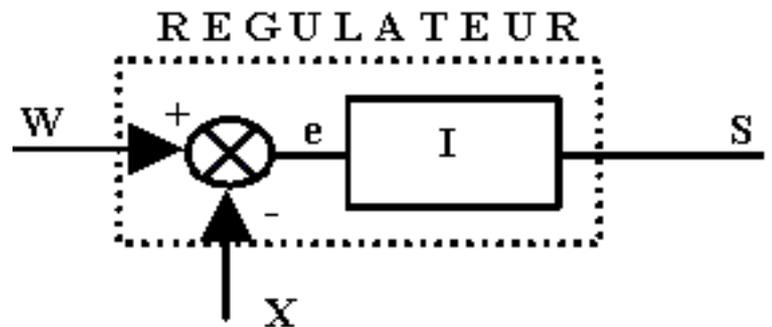
Action Intégrale: I

La représentation de l'intégrale est essentiellement une surface , considérons un intervalle de temps infiniment petit dt , la sortie du régulateur est : $S = \int e dt$

Réponse à un échelon :



La consigne est telle que la surface augmente jusqu'au temps $t1$, la sortie représentant cette surface augmente également jusqu'au temps $t1$, à partir de $t1$, la consigne étant nulle , la surface ne varie plus (effet de mémoire) .



La sortie d'un intégrateur est proportionnelle à l'intégrale de l'entrée , en appelant k le coefficient réglable de proportionnalité on a :

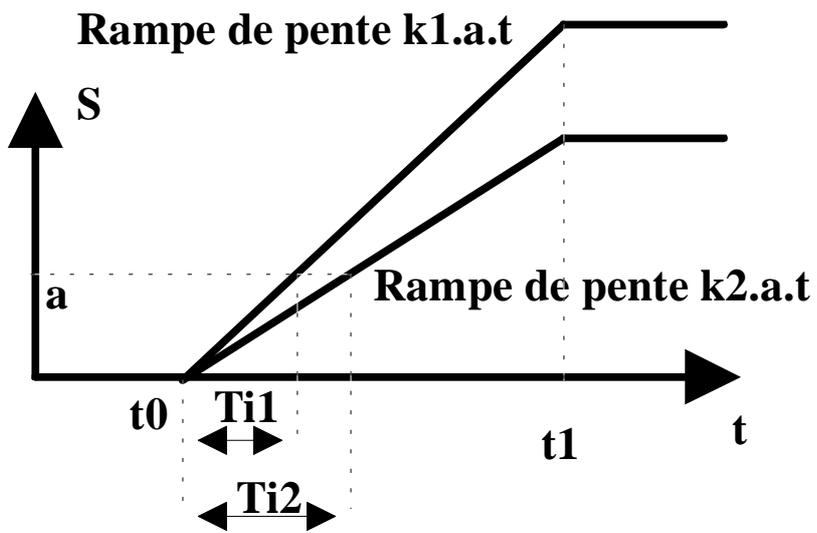
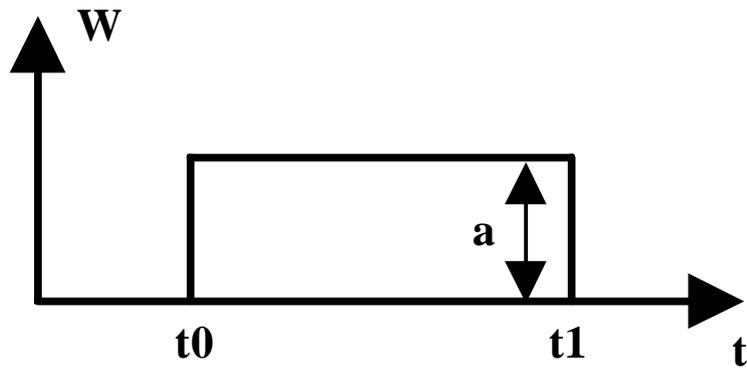
$$S = k \int e dt$$

k est l'inverse d'un temps ($1/mn$ ou $1/s$) , k représente également le nombre de fois que la sortie répète l'entrée dans l'unité de temps (mn , s)

Le dosage de l'intégrale est exprimée par un temps Ti qui représente le temps nécessaire pour que la variation de sortie soit égale à celle de l'entrée .

$$Ti = 1 / k$$

Réponse à un échelon pour différents Ti :



Action Dérivée : D

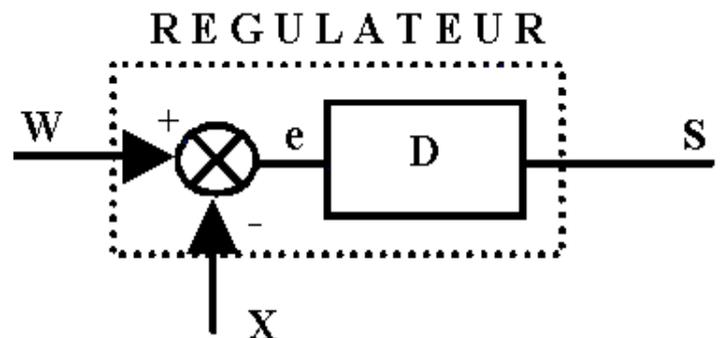
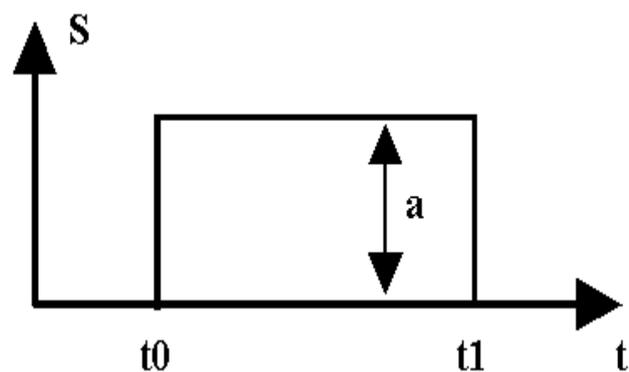
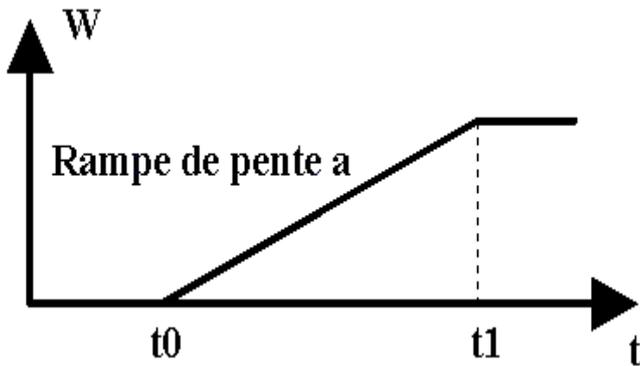
La dérivée à un point est la pente de la tangente à ce point .

Réponse à une rampe :

Dans ce cas , la pente de la tangente ne varie pas , on a : $S = de / dt$

Avec une rampe de pente a , on obtient la relation suivante :

$$S = d(a.t) / dt = a$$



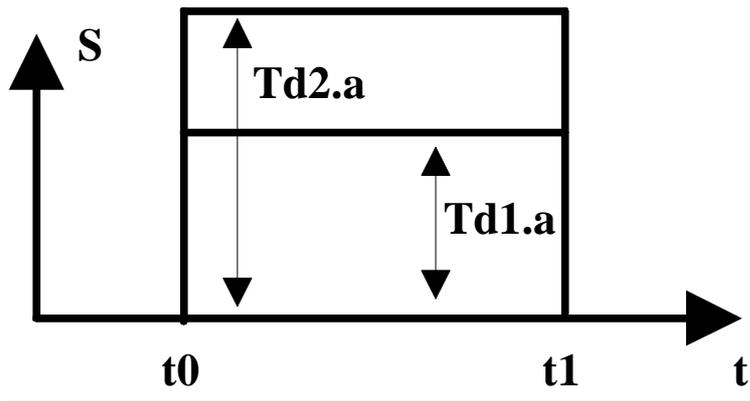
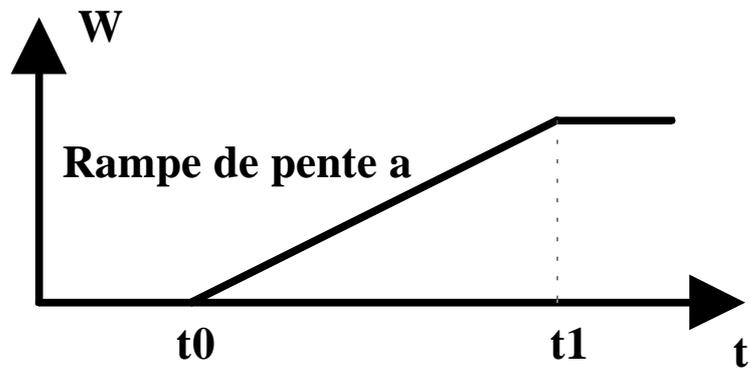
La sortie d'un dérivateur est proportionnelle à la dérivée de l'entrée , de t_0 à t_1 , la tangente du signal est constante , à partir de t_1 celle ci est nulle et la sortie passe à zéro.

$$S = Td . de / dt$$

Dans le cas d'une entrée rampe on a : $S = Td . a$,

Td s'exprime en unité de temps (mn ou s) .

Réponse à une rampe pour différents Td :



$$Td1 > Td2$$

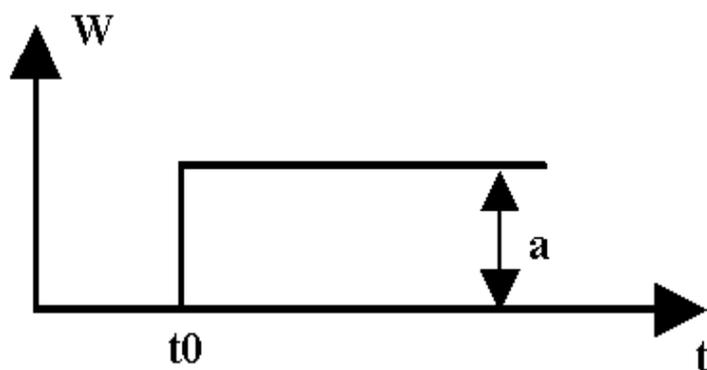
Action Proportionnelle et Intégrale série: P I

Les modules P et I sont placés en série pour réaliser les fonctions proportionnelle et intégrale , la sortie S pour un régulateur de sens direct est :

$$S = G.e + (G/Ti).\int e.dt$$

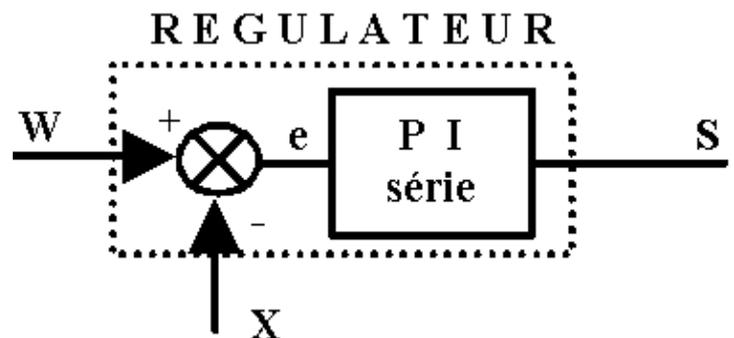
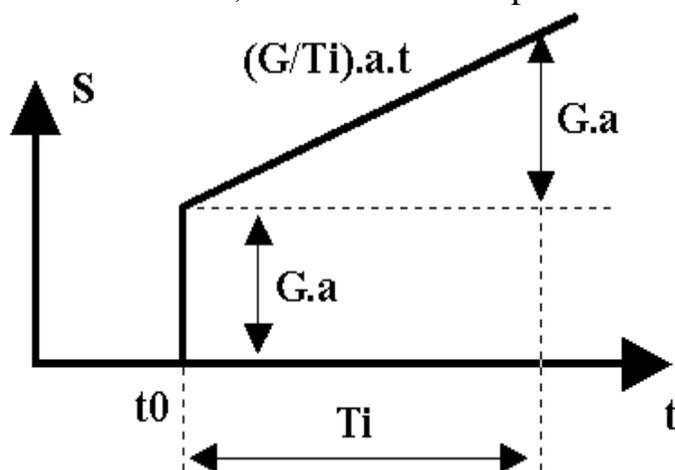
Avec $G.e$ qui représente l'action proportionnelle et $(G/Ti) \int e.dt$ l' action intégrale .

Réponse à un échelon :



Du fait de la structure série , l'action intégrale est influencée par le gain G .

A l'instant t_0 , un échelon d'amplitude a est effectué sur l'entrée consigne , la sortie du



régulateur fait une variation brusque d'amplitude $G.a$ due à l' action proportionnelle puis une rampe de pente (G/Ti) due à l'action intégrale , dans ce cas Ti représente le temps mis par l'action intégrale pour répéter l'action proportionnelle $G.a$:

$$S = G.a + (G/Ti).a.t$$

Cette réponse montre que pour diminuer l'action intégrale , il faut augmenter Ti ou diminuer k , en théorie , une action intégrale nulle est obtenue avec un temps Ti infini ou

un k nul. Généralement sur les régulateurs analogiques , il n'est pas possible d'annuler complètement l'action intégrale , l'intégrale minimale s'obtient pour des valeurs de T_i de l'ordre de 60 minutes .

Sur certains régulateurs numériques (microcor 3) , le fait d'afficher $T_i = 0$, supprime la fonction intégrale , le régulateur se trouve alors en proportionnelle pure.

Action Proportionnelle et Intégrale parallèle : P I

Les modules P et I sont placés en parallèle pour réaliser les fonctions proportionnelle et intégrale .

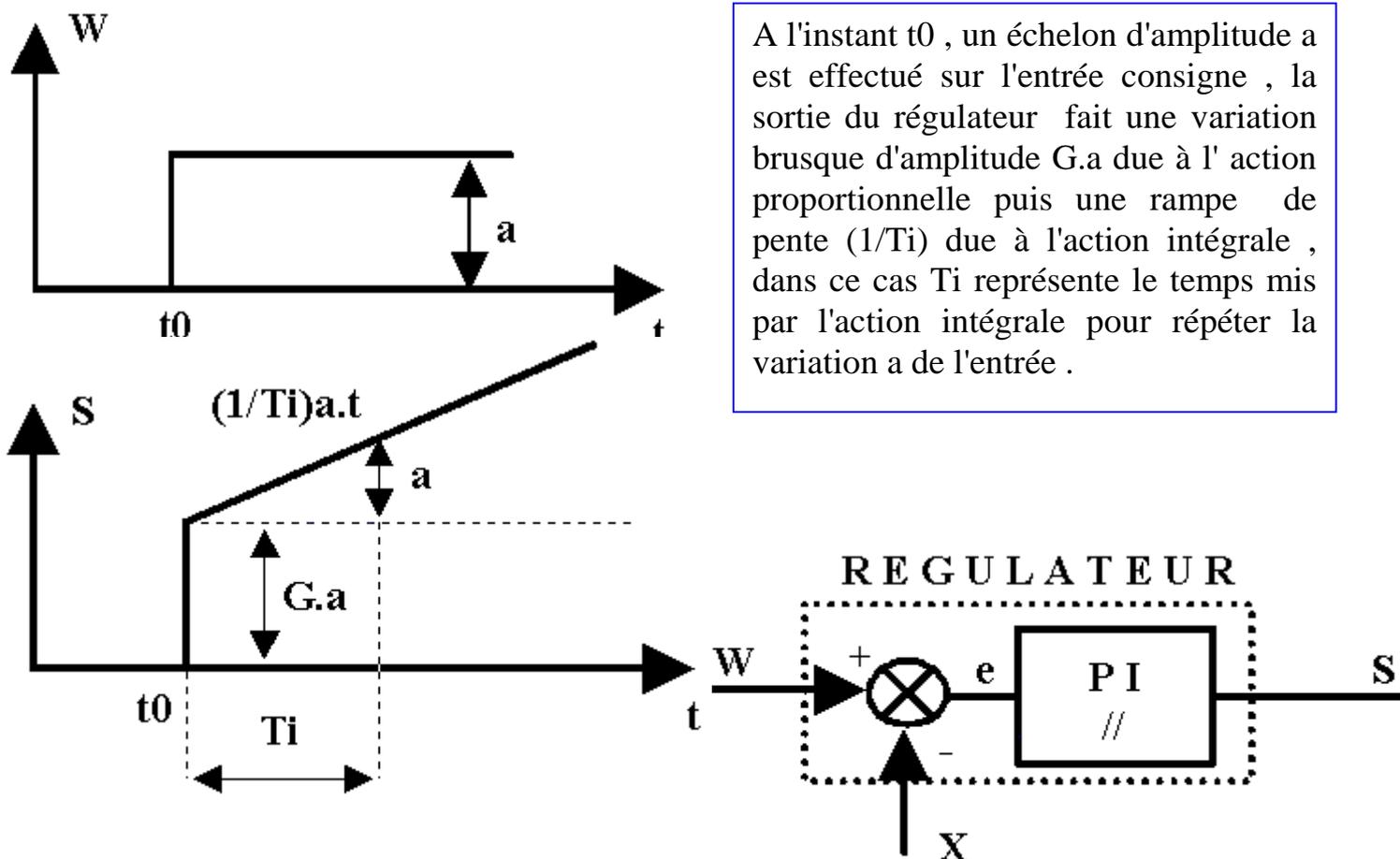
La sortie S , pour un régulateur de sens direct est : $S = G.e + (1/T_i). \int e.dt$

La seule différence par rapport au PI série , est que le fait que le gain n'influence pas l'action intégrale .

Avec $G.e$ qui représente l'action proportionnelle et $(1/T_i). \int e.dt$ l'action intégrale.

Réponse à un échelon :

Action Proportionnelle et Dérivée Série : P D série



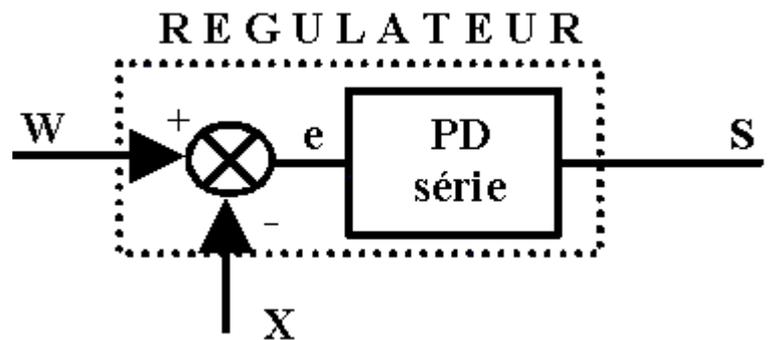
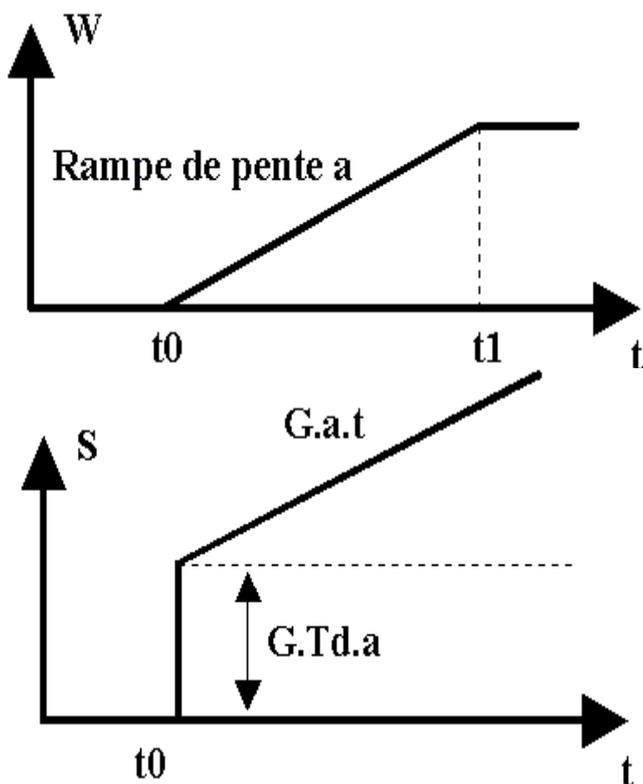
Les modules P et D sont placés en série pour réaliser les fonctions proportionnelle et dérivée , la sortie S pour un régulateur de sens direct est :

$$S = G.e + G.Td.(de/dt)$$

Avec $G.e$ qui représente l'action proportionnelle et $G.Td.(de/dt)$ l' action dérivée .

Du fait de la structure série , l'action dérivée est influencée par le gain G .

Réponse à un rampe :



A l'instant t_0 , on effectue une rampe de pente a sur l'entrée consigne , la sortie du régulateur fait une variation d'amplitude $G.Td.a$ due à l'action dérivée puis une rampe de pente $G.a$ due à l'action proportionnelle , en effet si on applique l'équation générale à une entrée rampe , on obtient :

$$S = G.at + G.Td.a$$

Td est le temps d'avance d'une réponse proportionnelle plus dérivée par rapport à une réponse proportionnelle seule , pour diminuer l'action dérivée , il faut diminuer le temps de dérivée Td .

Une dérivée nulle correspond à $Td = 0$.

Action Proportionnelle et Dérivée parallèle : P D parallèle

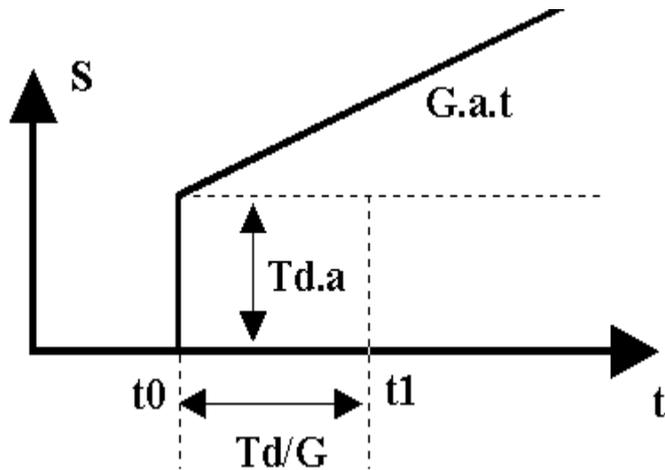
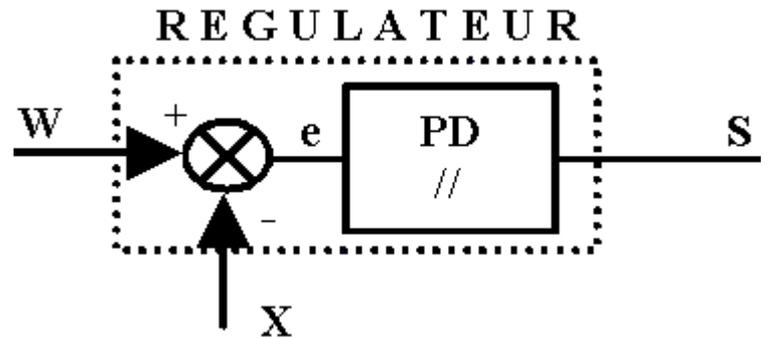
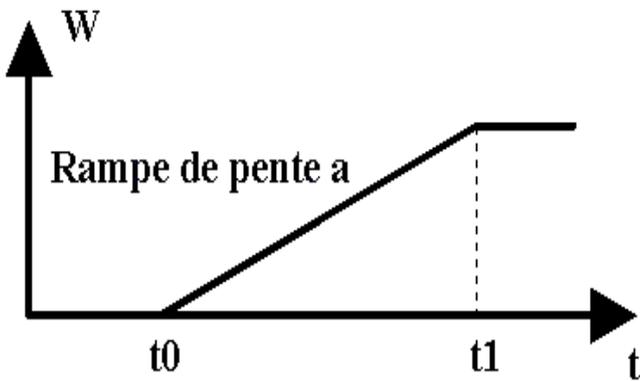
Les modules P et D sont placés en parallèle pour réaliser les fonctions proportionnelle et dérivée .

La sortie S , pour un régulateur de sens direct est : $S = G.e + de/dt$

La seule différence par rapport au PD série , est que le fait que le gain n'influence pas l'action dérivée .

Avec $G.e$ qui représente l'action proportionnelle et de/dt l'action dérivée.

Réponse à une rampe :



La réponse à une rampe de pente a est donnée par la relation :

$$S = G.a.t + Td.a$$

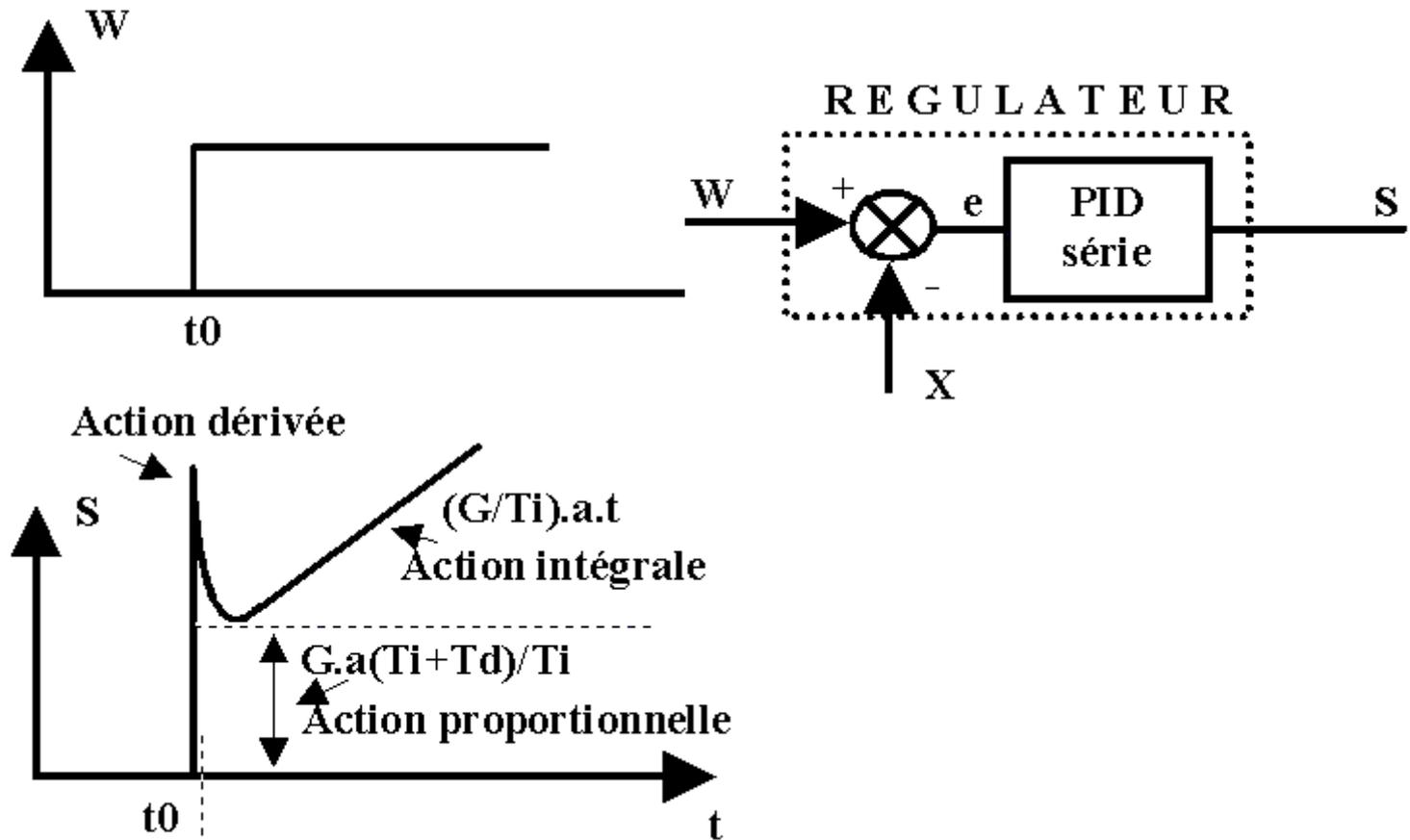
Avec $G.a.t$ représentant l'action proportionnelle et $Td.a$, l'action dérivée .
On constate que l'avance due à l'action dérivée correspond à : Td/G .

Action Proportionnelle , Intégrale et dérivée : P I D série

Les modules P I et D sont placés en série pour réaliser les fonctions proportionnelle , intégrale et dérivée , la sortie S pour un régulateur de sens direct est :

$$S = G.e + (G/Ti) . \int e.dt + G.Td.de/dt$$

Réponse à un échelon :



Avec : $G.e$ qui représente l'action proportionnelle
 $(G/Ti) . \int e.dt$ l' action intégrale
 $G.Td.de/dt$ l'action dérivée .

Du fait de la structure série , les actions intégrale et dérivée sont influencées par le gain G

La réponse du régulateur à un échelon d'amplitude a est donnée par la relation :

$$S = G. a.(Ti + Td) / Ti + (G / Ti).a.t + G.Td.a$$

Action Proportionnelle , Intégrale et dérivée : P I D parallèle

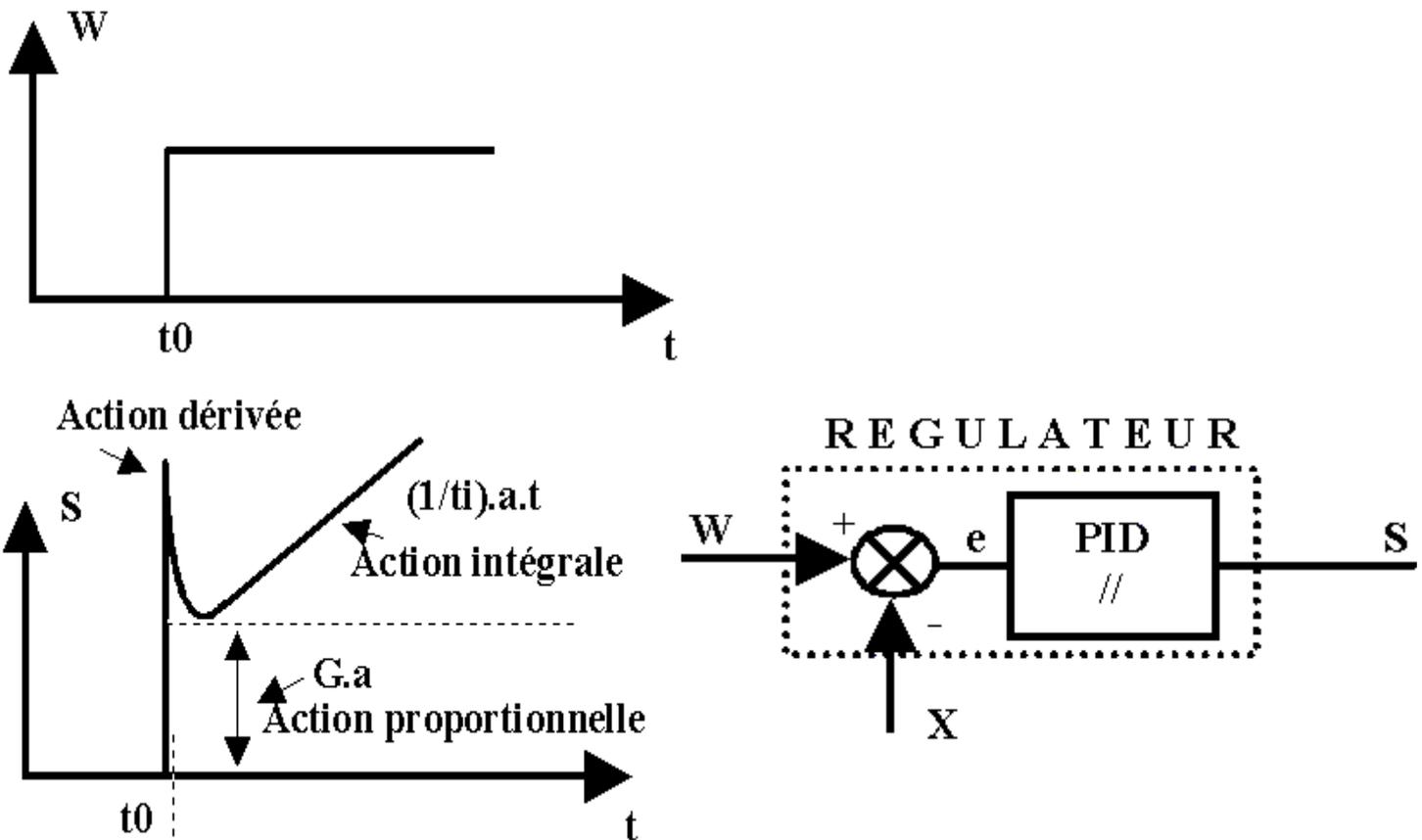
Les modules P I et D sont placés en // pour réaliser les fonctions proportionnelle , intégrale et dérivée , la sortie S pour un régulateur de sens direct est :

$$S = G.e + (1/Ti) . \int e.dt + Td.de/dt$$

Avec $G.e$ qui représente l'action proportionnelle ,
 $(1/Ti) . \int e.dt$ l' action intégrale ,
 $Td.de/dt$ l'action dérivée .

Du fait de la structure // , les actions intégrale et dérivée ne sont pas influencées par le gain G

Réponse à un échelon :



La réponse du régulateur à un échelon d'amplitude a est donnée par la relation :

$$S = G. a+ (1 / Ti) .a.t + Td.a$$

CONCLUSIONS

Action Proportionnelle :

Une régulation à action proportionnelle est une régulation où la correction apportée au système par l'organe de réglage est proportionnelle à l'écart mesure/consigne.

Ceci permet la stabilisation du procédé, mais ce type de régulation comporte un inconvénient : la stabilisation de la grandeur réglée ne se situe pas forcément à la consigne, et pour toute valeur non nulle de la perturbation, un certain écart peut subsister. Plus l'écart diminue, moins l'action est efficace.

L'écart qui subsiste peut être réduit en augmentant le gain du régulateur, ceci permet d'avoir la même correction avec un écart plus faible. Pour supprimer l'écart subsistant, il faudrait que le gain soit infini, ce qui est impossible. De plus, si on augmente trop le gain, on introduit un régime d'oscillations (c'est à dire le pompage de la grandeur réglée) qui est la hantise de tous ceux qui s'occupent de la régulation.

Action Proportionnelle et Intégrale :

Pour éliminer l'écart qui subsiste avec une régulation proportionnelle, et donc obtenir une régulation plus précise, on adopte comme correction complémentaire une correction dite à action intégrale.

L'action intégrale est une action dans laquelle la vitesse de correction est proportionnelle à l'écart. Alors qu'avec une action proportionnelle, le procédé restait stable dès qu'un équilibre était atteint, même si celui-ci n'était pas réalisé à la consigne, l'action intégrale continuera d'agir tant que la mesure ne sera pas égale à la consigne.

La correction complémentaire apportée par l'action intégrale ne dépend pas seulement de l'écart, mais aussi du réglage de cette action, ou plus précisément du réglage du temps d'intégrale (T_i).

Si on règle un temps d'intégrale trop long, plusieurs minutes par exemple, la mesure ne reviendra que lentement vers la consigne. Par contre, avec un temps d'intégrale court, la mesure reviendra rapidement vers la consigne. Mais si le temps d'intégrale est trop court, on arrive à un régime d'oscillations qu'il faut absolument éviter.

Ce type de régulation est très répandu dans l'industrie, en effet, il permet d'obtenir à la fois les qualités de stabilité de l'action proportionnelle, et les qualités de précision de l'action intégrale.

Action Proportionnelle - Intégrale - Dérivée :

L'action dérivée est une action qui ne tient pas compte de l'écart lui-même, mais qui tient seulement compte de la vitesse de variation de l'écart.

Lorsque l'écart est constant, l'action dérivée est nulle, elle n'apparaît que pendant les périodes transitoires, c'est à dire lorsque l'écart augmente, ou lorsqu'il diminue. Plus la variation de l'écart est importante, plus l'action correctrice due à l'action dérivée est intense.

On utilise ce type de régulation sur des procédés où l'on constate un temps mort important. En effet, l'action dérivée anticipe l'action proportionnelle et l'action intégrale, ce qui permet d'une part d'empêcher la mesure de trop s'écarter de la consigne et, d'autre part, à la mesure de rejoindre plus rapidement la consigne.

